

Per exemple, per a  $f(x) = x^2$ , la fórmula anterior dóna

$$(g(T))^2 = (g(0))^2 + 2 \int_0^T g(t) dg(t),$$

que quan  $g(0) = 0$  coincideix amb (2). En el cas aleatori aquesta fórmula no és correcta, però Itô demostra que si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  és dues vegades diferenciable, amb la segona derivada contínua, aleshores

$$f(W(T)) = f(0) + \int_0^T f'(W(t)) dW(t) + \frac{1}{2} \int_0^T f''(W(t)) dt,$$

on, la primera integral és una integral d'Itô (estem integrant un procés estocàstic) i la segona apareix a causa de la variació quadràtica del brownià. Aquesta és la famosa fórmula (o lema) d'Itô del canvi de variables. Així, per al cas  $f(x) = x^2$  tenim, d'acord amb (3),

$$(W(T))^2 = 2 \int_0^T W(t) dW(t) + T.$$

(Recordeu que  $W(0) = 0$ ). Finalment, afegim que la integral d'Itô permet donar un sentit rigorós a equacions diferencials de la forma

$$dX(t) = f(X(t))dt + g(X(t))dW(t),$$

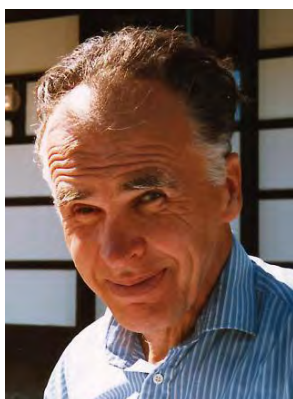
on  $f$  i  $g$  són funcions conegudes i  $X(t)$  és el procés estocàstic incògnita. Informalment, a una equació diferencial ordinària li hem afegit un terme aleatori. Itô també es va ocupar d'aquestes equacions. Per a una introducció a les integrals d'Itô i les equacions diferencials estocàstiques vegeu, per exemple, Oksendal [7].

## Referències

- [1] APOSTOL, T. M. *Análisis matemático*. Barcelona: Editorial Reverté, 1960.
- [2] EINSTEIN, A. «Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen». *Annalen der Physik*, 17 (1905), 549–560. Traducció al català a *Einstein en català*. Barcelona: Edicions de la Revista de Física, 1998.
- [3] ITÔ, K. *Selected papers*. Nova York: Springer, 1987. D. W. Stroock i S. R. S. Varadhan [ed].
- [4] ITÔ, K. «On Stochastic Processes (infinitely divisible laws of probability)». [Japó], *Journ. Math.* XVIII (1942), 261–301. Reproduït a [3].
- [5] ITÔ, K. «Differential equations determining a Markov process». *Journ. Pan-Japan Math. Coll.*, 1077 (1942). Reproduït a [3].
- [6] NELSON, E. *Dynamical theories of Brownian motion*. Princeton, Nova Jersey: Princeton University Press, 1972.
- [7] OKSENDAL, B. *Stochastic differential equations*. Springer, 1985.

Frederic Utzet  
UAB

## Premi Abel 2006: Lennart Carleson



El passat 23 de maig a la Universitat d'Oslo, el professor Lennart Carleson, un dels matemàtics més influents del segle XX, va rebre el Premi Abel 2006 pels seus profunds resultats en anàlisi harmònica i en sistemes dinàmics.

El Premi Abel de l'Acadèmia de Ciències i Lletres de Noruega fou atorgat per primer cop el 2003, en commemoració del dos-cents aniversari del naixement de Niels Henrik Abel, famós matemàtic d'aquesta nacionalitat, mort prematurament a l'edat de vint-i-sis anys. És considerat per molts com l'equivalent al Premi Nobel de Matemàtiques, encara que en això competeix amb un altre guardó de més llarga història (si bé de menor quantia econòmica), la Medalla Fields.

Durant els anys seixanta, Carleson completà el projecte iniciat més de cent-cinquanta anys abans per un matemàtic francès contemporani d'Abel: Jean Baptiste Fourier. Fourier participà a les campanyes de Napoleó a Egipte, com a amic personal i conseller seu. La seva aporta-

ció principal a les matemàtiques fou el treball «Théorie analytique de la chaleur».

Multitud de fenòmens naturals, com ara l'evolució de la calor en una barra o les ones del so, poden ser descrits amb una gràfica. Fourier afirmà que tota gràfica, per complicada que sembli, es pot descompondre en una suma d'ones elementals, anomenades *sinus* i *cosinus*. Si pensem en ones de so, cada sinus o cosinus representa un so pur, com el d'un diapasó ben afinat. Ja hi havia antecedents d'aquesta descomposició en els treballs de matemàtics del segle XVIII, per exemple Daniel Benouilli, però les aportacions de Fourier foren crucials per aclarir el seu significat. L'afirmació de Fourier podia ser interpretada en diversos sentits i fou tema de debat entre els matemàtics del seu temps, precisament en un moment en què l'anàlisi matemàtica passava per una fase de formalització. Molts, entre ells Lagrange, s'hi oposaren inicialment. El 1913 Lusin formulà el problema d'una manera molt precisa: tota gràfica contínua (en termes col·loquials «que és possible dibuixar amb un traç continu») es pot obtenir sumant una sèrie infinita de gràfiques d'ones elementals. Durant anys, les investigacions sobre el tema no varen donar cap resultat concluent, i sí bastants indicis en contra. El 1966, Carleson publicà la seva solució que, per sorpresa de molts, era afirmativa.

Per la seva extrema dificultat, la demostració d'aquest resultat va romandre com una illa dins l'anàlisi harmònica. Ha estat durant els últims deu anys quan la resta de matemàtics han començat a entendre-la i a ser capaços d'usar les tècniques de Carleson en els seus propis treballs.

Els sistemes dinàmics analitzen l'evolució al llarg del temps de diversos fenòmens, des de les fluctuacions d'una població, als mercats financers o a fenòmens meteorològics. En molts casos, aquests fenòmens tendeixen a una situació especial que rep el nom de *atractor*. Per exemple, un pèndol en un medi amb fricció va perdent amplitud en les seves oscil·lacions i tendeix a parar. Per contra, si afegim uns imans que atreguin el cap del pèndol, la seva evolució serà completament diferent. Depenent de la posició inicial des de la qual alliberem el pèndol, aquest serà atret per un dels imans. Canviant lleugerament aquest punt inicial, podem fer que el seu atractor canviï. Això és el que s'anomena un *sis-*

*tema caòtic*. L'existència de sistemes caòtics fou descoberta pel meteoròleg Edward Lorenz, del Massachusetts Institute of Technology (MIT), de qui es diu que, repetint una vegada una tasca del dia anterior, observà que els resultats es desviaven enormement dels previs. Aquest és el conegut efecte papallona: el simple moviment de les ales d'una papallona a Pequín el març pot influir sobre els huracans de l'agost a l'Atlàntic. Un dels més famosos sistemes caòtics fou proposat per l'astrònom Hénon. Se suposava que aquest sistema tenia un dels anomenats *atractors estranys*, conjunts complicats d'estructura fractal, dels quals hi ha boniques representacions gràfiques per ordinador, però que no es coneixen en detall. Benedicks i Carleson provaren l'existència d'aquest atractor, obrint el camí a l'estudi de sistemes dinàmics d'aquest tipus.

El treball de Carleson abasta també altres camps de l'anàlisi. Una de les seves fites en el camp de l'anàlisi complexa és el teorema de la corona. Aquest problema fa referència a una qüestió establerta com a conjectura pel matemàtic japonès Kakutani a principis dels anys quaranta. Malgrat que no tenia res a veure amb l'astronomia, el teorema rebé el seu nom per analogia amb la corona solar, l'anell de matèria incandescent que rodeja el Sol i que únicament es pot observar quan hi ha un eclipsi total de Sol. En aquest treball, Carleson definí les mesures, que ara es coneixen com a *mesures de Carleson*, que han resultat ser fonamentals tant en aquesta àrea com en la d'anàlisi harmònica. El seu treball amb Sjölin sobre multiplicadors de Fourier, o el seu estudi del comportament de les solucions de l'equació de Schrödinger per a temps petits (fonamental en la mecànica quàntica) han tingut una influència enorme en l'anàlisi. El segell d'un gran matemàtic és no solament la seva capacitat per vèncer un problema que s'ha resistit a les generacions prèvies, sinó també la seva capacitat per crear les eines que usaran les futures generacions.

Carleson ha rebut altres guardons internacionals, com ara el Premi Leroy P. Steele de la Societat Matemàtica Americana, el Premi Wolf en matemàtiques, la Medalla d'Or Lomonosov de l'Acadèmia de Ciències Russa, la Medalla Sylvester de la Reial Societat Londinenca, i la Medalla Celsius de la Reial Societat Sueca de Ciències. Durant més de quinze anys dirigí l'Institut Mittag-Leffler a Suècia, un dels cen-

tres d'investigació en matemàtiques més prestigiosos del món. Fou president de la Unió Matemàtica Internacional (IMU) i editor, durant més de vint anys, d'*Acta Mathematica*, sens dubte una de les més prestigioses revistes especialitzada en matemàtiques. Actualment és professor emèrit de la Universitat de Califòrnia a Los Angeles (UCLA) i del Reial Institut de Tecnologia (KTH) d'Estocolm. A més de ser un científic extraordinari, ha estat sempre preocupat per altres aspectes de les matemàtiques, com ara

la divulgació, la docència i la interacció entre ciència pura i aplicada. En el Congrés Mundial dels Matemàtics, l'ICM 2006, celebrat aquest estiu passat a Madrid, participà a la taula rodona que clausurava el congrés, i en la seva intervenció va assenyalar la importància d'aquests aspectes. Encara que Carleson ja havia visitat Espanya altres vegades, fou emocionant disfrutar un cop més de la senzillesa i la sensatesa d'aquest gran geni.

Ana Vargas  
UAM

## Parlem de llibres

Fa uns mesos, quan vaig llegir *La incògnita Newton*, la vaig trobar prou interessant i totalment adequada com a literatura de divulgació científica —com si fos una novel·la. Un d'aquests textos rars que poden tenir un paper molt important en l'apropament de la tasca matemàtica i de la personalitat dels matemàtics a la societat culta —de fet, a la societat lectora, en general. Aquesta hipòtesi —la importància que, en l'apropament del científic en general i del matemàtic, en particular, i de la seva tasca pot tenir la novel·la— la vaig exposar i defensar en l'encontre «Literatura i Matemàtiques» que va tenir lloc a l'IEC, l'any 2000, en ocasió de l'Any Mundial de les Matemàtiques.

Vaig parlar de la novel·la amb alguns companys del Departament de Probabilitat, Lògica i Estadística de la Universitat de Barcelona, i la vaig recomenar, com fa Richard Montgomery al final de la seva ressenya, com un entreteniment estiuenc, en moments de lleure, en els desplaçaments en avió per assistir a congressos i encontres.

Per això quan l'amic i col·lega Josep Maria Font Llovet em va demanar si volia traduir per a la *SCM/Notícies* de la Societat Catalana de Matemàtiques la ressenya que, Richard Montgomery havia fet d'aquesta novel·la al *Notices of the American Mathematical Society* (volum 53, número 9, octubre 2006), no m'hi vaig poder negar.

I no solament per la raó suava esmentada, sinó també, i d'una manera molt particular, per l'originalitat de la ressenya de la novel·la que fa Montgomery, usant-la de pretext per apropar-nos al problema dels tres cossos i qüestions encara ara obertes. És una ressenya molt adequada per als lectors del *Notices of the American Mathematical Society* i molt intel·ligent. Usa la novel·la, ben allunyada de la recerca matemàtica real, com un pretext per apropar-nos a alguns dels problemes matemàtics que el «problema dels tres cossos» ha suscitat, encara que només sigui de manera divulgadora, però amb rigor. A més, cap al final, conté una petita sorpresa: una felicitació d'aniversari. Considero sincerament —tal com em va posar en relleu en Josep Maria— que omple de satisfacció i d'orgull a tots els que som membres del cos docent i investigador de la UB i, voldria creure, de tots els centres docents i de recerca matemàtica de Catalunya.

Jo ara, en particular, vull afegir-me a la felicitació de Montgomery, encara que sigui amb retard. I ho vull fer perquè en la meua vida personal i professional ha estat un privilegi enorme haver-ne estat company d'estudis, a la Facultat de Matemàtiques durant els anys 1962-1967; haver coparticipat amb ell, l'homenatjat, juntament amb Pilar Bayer, Julià Cufí i Nadal Batle (1945-1997), a iniciar l'ensenyament de la matemàtica a la UAB, anys 1968-1971, aleshores